

**Табела 5.2. Спецификација предмета**  
 Спецификацију треба дати за сваки предмет из студијског програма.

<b>Студијски програм:</b> Основне академске студије МАТЕМАТИКА
<b>Назив предмета:</b> Анализа 2
<b>Наставник/наставници:</b> Дарко Милинковић, Драгољуб Кечкић, Александра Маринковић
<b>Статус предмета:</b> обавезни
<b>Број ЕСПБ:</b> 18
<b>Услов:</b> Анализа 1
<b>Циљ предмета:</b> Стицање знања из математичке анализе, посебно у вези са функцијама више променљивих, криволинијским и површинским интегралима.
<b>Исход предмета:</b> Студент треба да научи појмове математичке анализе функција више реалних променљивих, диференцијални и интегрални рачун у вези с таквим функцијама, криволинијске и површинске интеграле, те основе Фуријеових редова и Фуријеове трансформације и да уме да их примењује.
<p><b>Садржај предмета</b></p> <p><i>Теоријска настава</i></p> <p><b>МЕТРИЧКИ ПРОСТОРИ.</b> Понављање - метрика, примери, комплетност, компактност. Комплетирање метричког простора. Банахова теорема о непокретној тачки и примене. Отворене и затворене лопте. Тополошки појмови – околина, унутрашњост, затворење, отворен и затворен скуп. Тополошке карактеризације компактности. Отворени покривачи, Лебегов број покривања. Релативна компактност и тотална ограниченост. Повезаност. Тицеова теорема о продужењу. Нормирани простори. Сепарабилност и путна повезаност у нормираним просторима. Простор <math>C[a, b]</math>, комплетност и сепарабилност (Вајерштрасова теорема о апроксимацији). Коначнодимензионални нормирани простори – еквивалентност норми. Простор <math>R^n</math>, <math>p</math>-норме и <math>p</math>-метрике (<math>1 \leq p \leq +\infty</math>). Конвергенција у <math>R^n</math> као конвергенција координата. Компактни скупови у <math>R^n</math>.</p> <p><b>ИЗВОД У <math>R^n</math>.</b> Парцијални изводи функције <math>f: R^n \rightarrow R</math>. Дефиниција извода функције (скаларне и векторске) – Јакобијева матрица. Довољни услови диференцијабилности. Диференцијабилност и непрекидност. Сагласност извода са рачунским операцијама и композицијом функција. Ланчасто правило. Теорема о средњој вредности. Изводи вишег реда. Комутативност мешовитих парцијалних извода. Тејлорова формула. Довољни услови за екстремне вредности. Теореме о имплицитној и инверзној функцији. Функционална зависност. Условни екстремуми – метод Лагранжевих множитеља.</p> <p><b>ВИШЕСТРУКИ РИМАНОВ ИНТЕГРАЛ.</b> Интеграл по <math>n</math>-димензионом квадру. Поделе, параметар поделе. Дарбуови зборови. Скупови Лебегове мере нула (дефинишу се само скупови мере нула – не уводи се Лебегова мера). Лебегова теорема о егзистенцији интеграла. Основна својства (линеарност, адитивност по квадру, монотонија). Свођење на поновљени интеграл – Фубинијева теорема. Жорданова (тј. коначно адитивна) мера. Мерљиви скупови. Интеграл по Жордан мерљивом скупу – дефиниција и својства. Фубинијева теорема у случају интеграције по мерљивом скупу. Смена променљиве у вишеструком интегралу – теорема о Јакобијану. Посебно: поларне, цилиндричне и сферне смене. Примене у геометрији – површине и запремине тела у простору. Несвојствен вишеструки интеграл.</p> <p><b>КРИВОЛИНИЈСКИ И ПОВРШИНСКИ ИНТЕГРАЛ.</b> Појам криве. Дужина криве – функције ограничене варијације. Параметризација криве, природна параметризација. Криволинијски интеграл (скаларне) функције (I врсте) – дефиниција, својства и израчунавање помоћу параметризације. Појам 1-форме. Криволинијски интеграл 1-форме (II врсте) - дефиниција, својства и израчунавање помоћу параметризације. Гринова формула (случај елементарних области). Појам тачне и затворене 1-форме и њихов однос. Независност криволинијског интеграла од путање у произвољној области – веза са тачним формама. Затворене форме у просто повезаним областима. Појам елементарне површи (једна карта) и површи. Површина површи – немогућност дефиниције аналогне оној за криве. Глатке површи, Гаусови коефицијенти и дефиниција површине. Веза Гаусових коефицијената и дужине криве која припада површи. Површински интеграл скаларне функције (I врсте) по елементарној површи – дефиниција, израчунавање помоћу параметризације и основна својства. Разлагање јединице и интеграција по површи која не мора бити елементарна. Антисиметрични билинеарни функционали. Појам 2-форме и антисиметрични производ две 1-форме. Спољашње диференцирање форми. Тачне и затворене 2-форме и њихов однос. Интеграција 2-форме. Израчунавање помоћу параметризације и разлагања јединице. Стоксова формула у простору и формула Гауса и Остроградског. Контрактивилне области и</p>

Поенкареова лема.

ФУРИЈЕОВА АНАЛИЗА. Предхилбертови и Хилбертови простори. Ортогоналност. Ортогонални и ортонормирани системи. Коши Шварцова и Беселова неједнакост. Фуријеови коефицијенти и Фуријеов ред у односу на дати ортогонални и ортонормирани систем. Потпуни ортонормирани системи (Хилбертове базе) и њихова карактеризација, Парсевалова једнакост. Тригонометријски Фуријеови редови (апсолутно интегралне функције). Риман-Лебегова лема. Дирихлеово језгро, принцип локализације. Критеријуми за конвергенцију тригонометријског Фуријеовог реда тачка по тачка и за равномерно конвергенцију (Динијев и Дирихле-Жорданов). Фејерово језгро и  $C_1$  конвергенција тригонометријског Фуријеовог реда. Потпуност тригонометријског система. Ортогонални полиноми (Лежандрови, Чебишевљеви, Лагерови и Ермитови). Веза са диференцијалним једначинама. Ортогоналност сопствених решења Штурм Лијувилеовог проблема. Фуријеов интеграл и Фуријеова трансформација (у  $R$  и  $R^n$ ). Инверзна Фуријеова трансформација. Конволуција у  $R^n$  и веза са Фуријеовом трансформацијом. Диференцирање и множење независном променљивом и веза са Фуријеовом трансформацијом. Планшарелова теорема (унитарност Фуријеове трансформације).

*Практична настава*

Решавање задатака из области обрађених на теоријској настави. Утврђивање градива обрађеног на теоријској настави.

**Литература:**

Д. Аднађевић, З. Каделбург, Математичка анализа II, Математички факултет, Београд 2008.

<b>Број часова активне наставе:</b> 16=8 (јесењи семестар) + 8 (пролећни семестар)	<b>Теоријска настава:</b> 8=4 (јесењи семестар) + 4 (пролећни семестар)	<b>Практична настава:</b> 8=4 (јесењи семестар) + 4 (пролећни семестар)
--	---	---

**Методe извођења наставе:** фронталне, групне и практичне.

**Оцена знања (максимални број поена 100)**

Предиспитне обавезе	поена	Завршни испит	поена
активност у току предавања		писмени испит	
практична настава		усмени испит	50
колоквијум-и	50	.....	
семинар-и			

Начин провере знања могу бити различити наведено у табели су само неке опције: (писмени испити, усмени испит, презентација пројекта, семинари итд.....

\*максимална дужина 2 странице А4 формата